

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MADEN MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MADEN İŞLETME LABORATUVARI

DENEY ADI: EĞİLME (BÜKÜLME) DAYANIMI

TANIM: Eğilme dayanımı (bükülme dayanımı veya parçalanma modülü olarak da bilinir), bir malzemenin dış fiberinin çekme dayanımının ölçüsüdür. Bu özellik, silindirik ya da prizmatik numunelere üç ya da dört noktada yük uygulayan düzenekler kurularak malzeme kırılana kadar yük uygulanmasıyla belirlenir.

AMAÇ: Eğilme deneyi malzemenin mukavemeti hakkında tasarım bilgilerini belirlemek ve malzemenin eğilmeye karşı mekanik özelliklerini tespit etmek amacı ile yapılır. Metal, plastik, seramik, beton ve doğal taşlar gibi çeşitli malzemelere uygulanabilen deneyin madenciliği daha çok ilgilendiren kısmının doğal taşlar ve beton olduğu söylenilebilir.

Enine yük taşıyan kiriş gibi elemanlar eğilmeye maruz kalırlar. Kirişin her bir bölgesinde eğilme momentleri meydana gelir. Bu da eğilme gerilmesi ile alakalıdır. Bu durum madencilikte tünel ve galerilerde tahkimat amaçlı ve birçok yapıda (bina, yol, köprü, baraj vb.) kullanılan betonun eğilme dayanımının bilinmesinin önemini ortaya koymaktadır.

İç ve dış zemin döşemelerinde, merdiven basamaklarında kullanılan mermer ve granit gibi doğal taşlar da yaya ve araçların yüklerine maruz kalmaktadırlar. Doğal yapı taşlarının kullanımı genellikle belirli boyut ve kalınlıklarda plakalar şeklinde olduğundan bu malzemeler için de eğilme dayanımı son derece önemli bir parametre olarak ortaya çıkmaktadır. Çünkü plaka kalınlığı, plaka boyut ve destek noktaları arasındaki mesafe kayacın eğilme dayanımına göre tespit edilebilmektedir.

TS 10449'a göre mermerlerin eğilme dayanımı 6 MPa'dan büyük olmalı, TS 2513'e göre granit, siyenit, diorit, diyabaz ve andezit gibi kayalarda eğilme dayanımı en az 7,36 MPa olmalıdır.

GENEL BİLGİLER

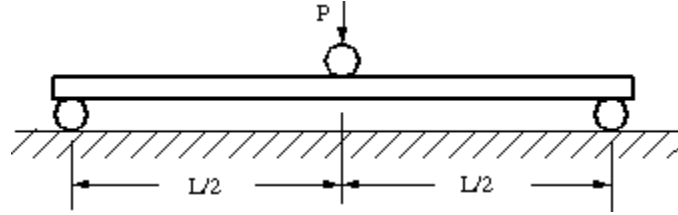
Tek eksenli basınç dayanımı ve çekme dayanımı gibi, eğilme dayanımı da kayaç ve beton gibi malzemelerin önemli özelliklerinden birisidir. Deney numunesine bir kuvvet etkilediğinde, numune kesitinin bir kısmında basma gerilmesi, kesitin geri kalan kısmında çekme gerilmesi meydana geliyorsa numune eğilme halindedir. Eğilme halindeki numunelerin

Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇAPIK – Arş. Gör. Serkan KAYA

TRABZON - 2015

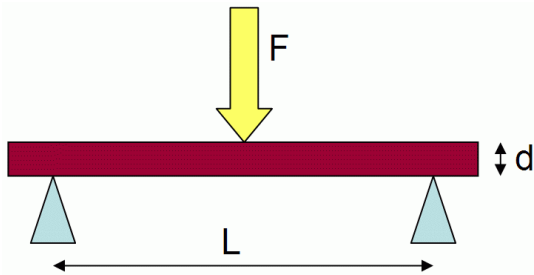
KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MADEN MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MADEN İŞLETME LABORATUVARI

kesitinde, iç yüzeye yakın bölgede basma gerilmeleri, dış yüzeye yakın bölgede ise çekme gerilmeleri meydana gelmektedir. Çeşitli eğme deneyi yöntemleri vardır. Bunların içinde en çok uygulananı Şekil 1’de gösterilen silindirik mesnetler üzerinde numuneyi bir mandrel yardımıyla eğme yöntemidir. Bu yöntemlerde ana gaye, malzemeyi kırıncaya kadar tek yönde eğmektir.

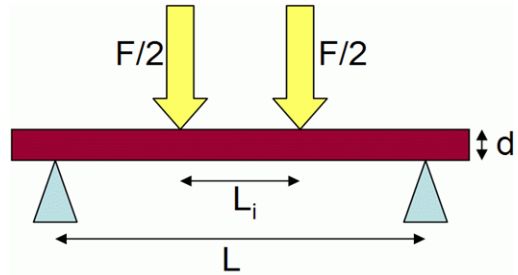


Şekil 1: Üç noktalı eğme deneyinin şematik gösterimi

Eğilme dayanımı deneyi genelde, **üç noktalı** ve **dört noktalı** olmak üzere iki farklı şekilde yapılmaktadır.



Şekil 2: Üç noktalı eğme

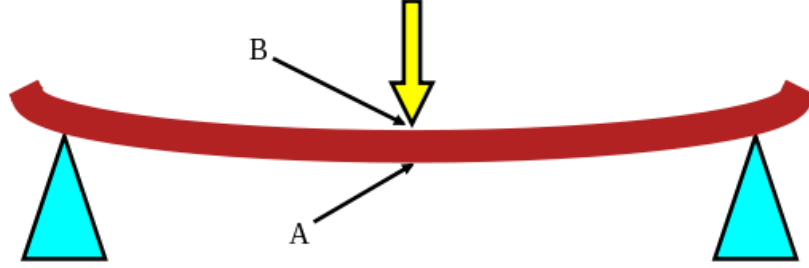


Şekil 3: Dört noktalı eğme

Üç noktalı eğmede (Şekil 2), iki mesnet üzerinde duran numunenin tam ortasından dik yönde düşey yük uygulanmaktadır. Bu şekilde malzeme eğilmekte ve kırılmaktadır. Kırılmanın malzemenin orta bölgesinde ve dik yönde olması istenir. Silindirik ve prizmatik numuneler kullanılabilir. Burada numunede hem basma hem de çekme kuvvetleri meydana gelmekte ve numune kırılana kadar eğilmektedir. Maksimum basma kuvveti Şekil 4’te görülen B noktasında oluşurken, maksimum çekme gerilmesi ise A noktasında meydana gelmektedir. Kayaçların çekme dayanımlarının basma dayanımlarından daha düşük

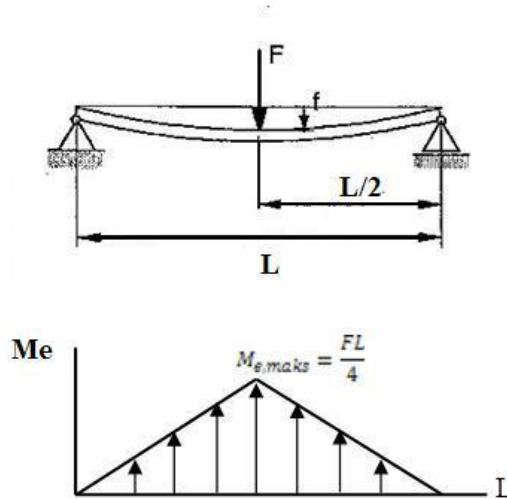
KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MADEN MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MADEN İŞLETME LABORATUVARI

olduğundan dolayı, kırılma anı A noktasının çekme direncinin aşıldığı andır. Eğilme direncinin, numunenin dış fiberinin çekme direncinin ölçüsü olmasının mantığı budur.



Şekil 4 : Üç noktalı eğilme dayanımı deneyinde maksimum basma ve çekme gerilmesine maruz kalan noktalar

Eğilme yüküne maruz kalan numunede elastisite modülünün ve kesit atalet momentinin etkisi belirlemeye başlar. Merkezden yüklü bir numunede kırılma anında meydana gelen eğilmenin, başka bir deyişle numunenin düzlemselliğinin merkezindeki dikey hareketin miktarı (sehim), uygulanan yükün bir fonksiyonudur.



Şekil 5: Sehim (f) ve maksimum eğme momenti

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MADEN MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MADEN İŞLETME LABORATUVARI

Mesnetlerin aralığı L, kesit atalet momenti I ve elastisite modülü E alınır, sehim f, aşağıdaki formül ile bulunur:

$$f = F.L^3 / 48.E.I$$

Düzlemsel atalet momenti (I) , b genişliğinde ve d yüksekliğine sahip dikdörtgen kesitli bir malzeme için aşağıdaki formülle hesaplanabilir:

$$I = b.d^3 / 12$$

R yarıçapında silindirik numuneler için düzlemsel atalet momenti ise şu formülle hesaplanır:

$$I = \pi.R^4 / 4$$

Her iki çeşit numune için meydana gelen maksimum eğme momenti (M) ise;

$$M = F.L / 4$$

değerine eşittir. Burada F, kırılma anındaki kuvveti; L ise, numunenin üzerinde durduğu mesnetler arasındaki mesafeyi göstermektedir.

Eğilme dayanımı (σ_e) ise; $\sigma_e = M.c / I$

Burada M, maksimum eğme momenti, I, düzlemsel atalet momenti ve c, numunenin en dış yüzeyinden olan uzaklık miktarıdır. c değeri silindirik numuneler için yarıçapa (R), prizmatik numuneler için ise kalınlığın yarısına (d/2) eşittir. Nihayetinde değerleri yerlerine koyduğumuzda eğilme dayanımı aşağıdaki değerlere eşitlenir:

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MADEN MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MADEN İŞLETME LABORATUVARI

Üç noktalı eğmede silindirik numuneler için eğilme dayanımı:

$$\sigma_e = F \cdot L / \pi \cdot R^3$$

σ_e : Kayacın eğilme dayanımı, (kgf/cm²),

F : Kırılmaya neden olan yük, (kgf),

L : Deney numunesinin mesnetler arasındaki mesafesi, (cm),

R : Deney numunesinin yarıçapı, (cm),

Üç noktalı prizmatik numuneler için eğilme dayanımı:

$$\sigma_e = 3 \cdot F \cdot L / 2b \cdot d^2$$

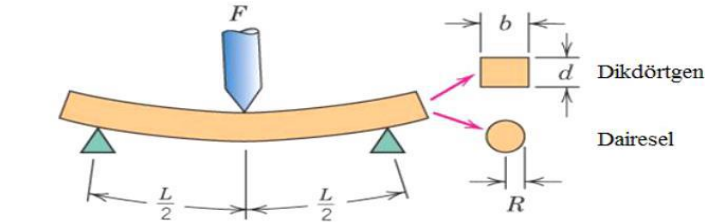
σ_e : Kayacın eğilme dayanımı, (kgf/cm²),

F : Kırılmaya neden olan yük, (kgf),

L : Deney numunesinin mesnetler arasındaki mesafesi, (cm),

b : Deney numunesinin genişliği, (cm),

d : Deney numunesinin kalınlığı, (cm).



$$\sigma = \text{gerilme} = \frac{Mc}{I}$$

burada M = maksimum eğme momenti
c = numunenin en dış yüzeyinden uzaklık
I = kesit alanının atalet momenti
F = uygulanan yük

	$\frac{M}{4}$	$\frac{c}{2}$	$\frac{I}{12}$	$\frac{\sigma}{2bd^2}$
Dikdörtgen	$\frac{FL}{4}$	$\frac{d}{2}$	$\frac{bd^3}{12}$	$\frac{3FL}{2bd^2}$
Dairesel	$\frac{FL}{4}$	R	$\frac{\pi R^4}{4}$	$\frac{FL}{\pi R^3}$

Şekil 6: Eğilme deneyi sonucunda malzemenin mekanik özelliklerinin belirlenmesi için gerekli formüller

Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇAPIK – Arş. Gör. Serkan KAYA

TRABZON - 2015

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MADEN MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MADEN İŞLETME LABORATUVARI

Dört noktalı eğmede (Şekil 3), iki mesnetin üzerinde duran numuneye düşey yönde iki eşit kuvvet uygulanır. Kuvvetlerin uygulandığı noktalar genelde mesnetler arası mesafenin 1/3'ü kadardır ($L/3$). Bu yöntem genellikle gevrek ve kolay kırılan malzemelere uygulanmaktadır.

Üç noktalı eğmede yükleme noktasında maksimum moment oluşmasına ve o noktada kesme kuvveti değer değiştirmesine rağmen dört noktalı eğmede maksimum moment belirli bir aralıkta değer alır ve bu aralıkta kesme kuvveti sıfırdır. Bir başka deyişle, üç noktalı eğmede saf bir eğilme durumundan söz edilemez ancak dört noktalı eğmede salt eğilme hali söz konusudur. Dolayısıyla bu yöntem daha sağlıklı sonuçlar vermektedir. Sayısal olarak aynı numunelerin eğilme dayanımları, bu yöntemde üç noktalı eğmeye göre **daha düşük** çıkar.



Şekil 7: Dört noktalı eğme deneyi

Dört noktalı eğmede silindirik numuneler için eğilme dayanımı:

$$\sigma_e = 2.F . L / 3.\pi.R^3$$

σ_e : Kayacın eğilme dayanımı, (kgf/cm²),

F : Kırılmaya neden olan yük, (kgf),

L : Deney numunesinin mesnetler arasındaki mesafesi, (cm),

R : Deney numunesinin yarıçapı, (cm),

Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇAPIK – Arş. Gör. Serkan KAYA

TRABZON - 2015

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MADEN MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MADEN İŞLETME LABORATUVARI

Dört noktalı prizmatik numuneler için eğilme dayanımı:

$$\sigma_e = F \cdot L / b \cdot d^2$$

σ_e : Kayacın eğilme dayanımı, (kgf/cm²),

F : Kırılmaya neden olan yük, (kgf),

L : Deney numunesinin mesnetler arasındaki mesafesi, (cm),

b : Deney numunesinin genişliği, (cm),

d : Deney numunesinin kalınlığı, (cm).

Not: Dört noktalı eğme deneyinde yukarıda verilen eğilme dayanımı formülleri, uygulanan iki düşey yük noktasının mesnetler arası uzunluğu 3 eşit parçaya böldüğü durum için geçerlidir. Eğer düşey kuvvetlerin uygulama noktaları değişirse eğilme dayanımı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\sigma_e = 3 \cdot F \cdot (L - L_i) / 2 \cdot b \cdot d^2$$

L_i : Uygulanan düşey yük noktaları arası mesafe, (cm), (Bkz: Şekil:3)

DENEYİN YAPILIŞI

I – Gerekli Numuneler:

TS 699'a göre yapılan eğilme dayanımı deneyi için prizmatik ya da silindirik numuneler kullanılabilir. Prizmatik numunelerin yüzeyleri birbirine paralel olmalıdır. Silindirik numune çapları 2,22 – 5,47 cm arasında ve uzunlukları en az 15 cm olmalıdır. Yükleme düzeninde iki mesnet arası (L) en az 12,5 cm olmalıdır. En az 10 adet numune kullanılmalı ve numuneler 2 hafta oda sıcaklığında bekletilmelidir.

II – Deney düzeneği ve deneyin yapılışı:

Kumpasla ölçülüp boyutları belirlenen deney numunelerinin orta noktaları tespit edilip Şekil 8'deki deney aletine yerleştirilir. Numunenin üzerine pres yardımıyla düşey yük sabit bir yükleme hızı ile (0,2 kN/sn = 20,4 kgf/sn) uygulanır ve kırılma anındaki yük değeri (F) okunarak kaydedilir.

Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇAPIK – Arş. Gör. Serkan KAYA

TRABZON - 2015

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MADEN MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MADEN İŞLETME LABORATUVARI



Şekil 8 : Eğilme dayanımı deney düzeneği

Deney sonunda yukarıdaki formüller yardımıyla eğilme dayanımı hesaplanır.

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MADEN MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MADEN İŞLETME LABORATUVARI

SORULAR

- 1) Deneyin yapılışını kendi cümlelerinizle anlatınız. (10p)
- 2) Doğal taşların ve betonun eğilme dayanımının belirlenmesi neden önemlidir? (20p)
- 3) Eğilme dayanımı deneyi ile indirekt çekme dayanımını kıyaslayınız. Aralarındaki fark ve benzerliklerden bahsediniz. (20p)
- 4) Aşağıda detayları verilen 10 farklı kayacın her birinden prizmatik ve silindirik numuneler alınarak eğilme dayanımı deneyleri yapılmıştır.

Numune No	Kayaç	Numune Şekli	Boyut
1	Mermer-1	Silindirik	Nx Karot
		Prizmatik	5x10x20 cm
2	Mermer-2	Silindirik	Bx Karot
		Prizmatik	5x10x20 cm
3	Mermer-3	Silindirik	Ax Karot
		Prizmatik	5x10x20 cm
4	Mermer-4	Silindirik	Nx Karot
		Prizmatik	5x10x20 cm
5	Mermer-5	Silindirik	Bx Karot
		Prizmatik	5x10x20 cm
6	Granit	Silindirik	Nx Karot
		Prizmatik	5x10x20 cm
7	Andezit	Silindirik	Bx Karot
		Prizmatik	5x10x20 cm
8	Siyenit	Silindirik	Ax Karot
		Prizmatik	5x10x20 cm
9	Diyorit	Silindirik	Nx Karot
		Prizmatik	5x10x20 cm
10	Diyabaz	Silindirik	Bx Karot
		Prizmatik	5x10x20 cm

Yrd. Doç. Dr. Mehmet ÇAPIK – Arş. Gör. Serkan KAYA

TRABZON - 2015

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MADEN MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MADEN İŞLETME LABORATUVARI

- a) Silindirik numuneler kullanılarak yapılan üç noktalı eğilme dayanımı deneyi sonucunda eğilme dayanımı (σ) değerlerini hesaplayarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz (20p):

Numune No	Mesnetler arası Mesafe (L) (cm)	Karot Numune <u>Yarıçapı</u> (cm)	Kırılma Yüğü (F) (kg)	EĞİLME DAYANIMI (MPa)
1	18		546,...	
2	18		197,...	
3	18		54,...	
4	18		218,...	
5	18		82,...	
6	18		910,...	
7	18		329,...	
8	18		90,...	
9	18		364,...	
10	18		115,...	

- b) Prizmatik numuneler kullanılarak yapılan üç noktalı eğilme dayanımı deneyi sonucunda eğilme dayanımı (σ) değerlerini hesaplayarak aşağıdaki tabloyu doldurunuz (20p) :

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MADEN MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MADEN İŞLETME LABORATUVARI

Numune No	Mesnetler arası Mesafe (L) (cm)	Prizmatik Numune Eni (b) (cm)	Prizmatik Numune Kalınlığı (d) (cm)	Kırılma Yüğü (F) (kg)	EĞİLME DAYANIMI (MPa)
1	18			1416,...	
2	18			1133,...	
3	18			850,...	
4	18			566,...	
5	18			472,...	
6	18			2361,...	
7	18			1888,...	
8	18			1416,...	
9	18			944,...	
10	18			661,...	

c) Bulduğunuz sonuçları değerlendiriniz. Hangi kayaçlar standartlara göre kullanıma uygundur, hangileri değildir? (10p)

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MADEN MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ
MADEN İŞLETME LABORATUVARI

NOTLAR:

* Tablolardaki “Kırılma Yüğü” sütunundaki virgülden sonraki kısma her öğrenci **kendi öğrenci numarasının son 3 hanesini** yazıp, hesaplamaları öyle yapacaktır.

*1 Mpa = 10,2 kgf/cm²

*

KAROTİYER	KAROT <u>ÇAPI</u>
NX	54,7 <u>mm</u>
BX	42 <u>mm</u>
AX	30,1 <u>mm</u>

* Deney raporu teslim zamanı; deneyin yapıldığı tarihten bir sonraki hafta aynı gün saat 16:30’a kadardır ve zamanında teslim edilmeyen deney raporları kesinlikle değerlendirilmeyecektir.