

Yöneylem Araştırması

Çok sayıda teknik ve bilimsel yaklaşımı içeren Yöneylem Araştırması, genellikle kıt kaynakların paylaşımının söz konusu olduğu sistemlerin en iyi şekilde tasarlanması ve işletilmesine yönelik karar problemlerine bilimsel yaklaşımın uygulanmasını amaçlamaktadır.

Yöneylem araştırması, sistemlerin karşılaştıkları problemlerde, disiplinlerarası bir ekiple, bilimsel metotları kullanarak ve problemin kontrol edilebilir unsurları ile ilgili alternatifleri değerlendirmek suretiyle optimal çözümü bulmayı amaçlar.

Kısaca, “YA, gerçek hayat sistemlerinin matematiksel modellerle temsil edilmesi ve en iyi (optimum) çözümü bulmak için kurulan modellere sayısal yöntemlerin (algoritmalar) uygulanmasıdır.”

Bir başka ifade ile; “Yöneylem Araştırması, bir sistemde ortaya çıkan problemlere sistemin denetlenebilir bileşenleri cinsinden bilimsel yöntem, teknik ve araçların uygulanmasıyla en iyi çözümü bulmasıdır”.

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ TARİHÇESİ

Günümüz yöneylem araştırmasında kullanılan bazı model ve tekniklerin kullanılması çok eskiye dayansa da, “yöneylem araştırması” adı verilen ilk faaliyetin II. Dünya Savaşı sırasında gerçekleştirildiği kabul edilmektedir

- ✘ II. Dünya Savaşı sırasında İngiltere askeri yönetimi, düşmanlarının hava akınları karşısında en iyi savunma şeklini belirlemek amacıyla farklı disiplinlerden bilim adamlarıyla bir ekip çalışması başlatmış ve böylece en iyi savunma şeklini bulmuştur
- ✘ Bu çalışma için bir araya gelen bilim adamlarından “yeni tip bombaların etkinliklerinin belirlenmesi ve radarların etkili biçimde kullanımlarının sağlanması” problemlerini çözmeleri istenmiştir
- ✘ Çözüm sonuçlarının uygulamada çok başarılı olması, savunma sisteminin diğer kesimlerinde; “radar denetim politikaları”, “uçaksavar yangın kontrolü”, “konvoy büyüklüğü”, “düşman denizaltılarının yerlerinin saptanması” gibi çeşitli askeri problemlerin çözümünde benzer ekiplerin oluşturulması sağlanmıştır

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ TARİHÇESİ

- ✘ İngiltere’de alınan başarılı sonuçlar müttefiklerin de dikkatini çekmiş, bu ülkeler de askeri problemlerini farklı disiplinlerden bilim adamlarıyla oluşturdukları ekipleriyle çözmeye girişmişlerdir
- ✘ Yöneylem araştırmasıyla İngiltere’den çok sonra tanışmış olmakla beraber, ABD’nin bu konudaki yoğun çabaları yöneylem araştırmasında önemli ilerlemeler kaydedilmesini sağlamıştır

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ TARİHÇESİ

- ✘ ABD hava kuvvetlerinin kurduğu ekibin üyelerinden birisi olan Dantzig, büyük organizasyonların gerçekleştirdikleri faaliyetlerin büyük bir bölümünün dağıtım problemi olarak ele alınabileceğini ve en iyi plan-programa bir amaç fonksiyonunun en küçüklenmesi (minimizasyonu) ile ulaşılabileceğini açıklamış, ayrıca doğrusal programlama problemlerinin klasik çözüm tekniği olan “**simpleks yöntemi**” önermiştir

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ TARİHÇESİ

- ✘ Savaş sırasında, askeri problemlerin çözümü için oluşturulan ekiplerde aktif biçimde çalışan bilim adamları, savaş sonrasında dikkatlerini benzer yaklaşımın sivil yaşam problemlerine uygulanabilirliği üzerinde yoğunlaştırmışlardır:
 - + Üniversitelerine dönüp mevcut teknikler için sağlam temel oluşturma konusunda çalışanlar
 - + Yeni teknikler geliştirme çabasına girenler
 - + Özel ekonominin değişik kesimlerindeki çalışmalarına dönerek buralarda karşılaşılan problemleri benzer yaklaşımla çözmeye çalışanlar
- ✘ Bütün bu çalışmalar bilimsel bir uğraşı alanınının yani **“Yöneylem Araştırması”**nın doğuşuna yol açmıştır

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ TÜRKİYEDE'Kİ TARİHÇESİ

Başlangıçta “Harekat Araştırması” adı verilen Yöneylem araştırmasının Türkiye’ye girişi, pek çok alanda olduğu gibi, Türk Silahlı Kuvvetlerinin öncülüğünde olmuştur. Ülkemizde oluşturulan ilk yöneylem araştırması birimi, 19 Ağustos 1954 tarihinde Genelkurmay Başkanlığı bünyesinde kurulan “İlmi İstişare Kurulu Müdürlüğü” olup, gerçek anlamdaki ilk yöneylem araştırması grubu 1 Haziran 1956 tarihinde 10 yedek subaydan oluşturulmuştur. Bu müdürlüğün adı 1957 yılında “İlmi İstişare ve Geliştirme Kurumu” kısaca İLGE olarak değiştirilmiştir. 1958 yılında adı ARGE olarak değiştirilen birim, 1970 yılına kadar Genelkurmay Başkanlığına bağlı olarak, 1970 sonundan itibaren ise Milli savunma Bakanlığı bünyesinde faaliyetlerini sürdürmüştür. 1973 yılında Genelkurmay Başkanlığında Savunma Araştırması Dairesi Başkanlığı kurulmuş ve yöneylem araştırması faaliyetleri bu başkanlık bünyesinde sürdürülmüştür. 1993 yılında başkanlığın adı Silahlanma ve Savunma Araştırma Dairesi olmuştur.

YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ TÜRKİYEDE'Kİ TARİHÇESİ

Sivil kesimde ise ilk olarak 1 Eylül 1965 tarihinde TÜBİTAK bünyesinde bir Yöneylem Araştırması ünitesi oluşturulmuş, 1973 yılında Gebze Marmara Bilimsel ve Endüstriyel Araştırma Enstitüsünün bir ünitesi olarak faaliyetlerine devam etmiş ve 1992 yılında “Sistem Analizi” adı verilerek yeni bir birime dönüştürülmüştür. Eğitim alanında ilk uygulamalar İstanbul Teknik Üniversitesi ve Orta Doğu Teknik Üniversitesinde başlatılmış ve kısa bir süre sonra Kara Harp Okulu da yöneylem araştırması derslerini ders programına eklemek suretiyle öncülük yapan okullar arasında yer almıştır. Bu gelişmeyi daha sonraki yıllarda gerek yöneylem araştırması derslerini programa koymak ve gerekse yüksek lisans ve doktora programları açmak suretiyle diğer üniversiteler takip etmiştir.

Yöneylem Araştırmasının Temel İlkeleri

Yöneylem Araştırmasına biçim kazandıran ve özelliklerini yansıtan 3 temel ilke vardır. Bu ilkeler Yöneylem Araştırmasının yaklaşımını ortaya koyar.

- 1- Bütünleşik yaklaşım (sistem yaklaşımı),
- 2- Disiplinlerarası yaklaşım,
- 3- Bilimsel yöntem.

1- Bütünleşik Yaklaşım (Sistem Yaklaşımı) : Karar vericiler inceledikleri olaydaki tüm etkileşmeleri dikkate almak zorundadır. Sonucu etkileyecek olan herşeyin bir sistem yaklaşımı ile ele alınması gerekir.

2- Disiplinlerarası Yaklaşım : farklı bilim dallarında uzmanlaşmış kişilerin oluşturduğu topluluğa disiplinlerarası ekip denir. Bir kişinin sistemdeki tüm etkileşmeleri görebilmesi olanaksızdır. Sorun karmaşık olduğundan farklı disiplinlerdeki uzmanların bir araya gelerek soruna çözüm aramaları gerekir.

3- Bilimsel Yöntem : Yöneylem araştırmasında problemin çözümü bilimsel yönetime dayanmakta ve uygulanacak yöntem de genellikle 6 aşamada bütünleşmektedir.

a-) Problemin formüle edilmesi (Tanımlanması): Amacın belirlenmesi, sistemdeki seçeneklerin saptanması, sistemin karar değişkenlerinin ve kısıtlarının saptanması.

b-) Sistemin belirlenmesi : Bu aşamada, problemi tanımlayan parametrelere ilişkin veriler toplanır. Modele çözüm sağlamak için veriler elde edilmelidir.

c-) Modelin kurulması : Sistemi açıklayan en iyi modelin saptanması, problemin elemanları arasındaki matematiksel bağıntıların formüller haline getirilmesi.

d-) Modelin denenmesi ve çözümü : Matematiksel çözümün bulunması.

e-) Modelin geçerliliğinin saptanması : çözümün duyarlılığının irdelenmesi.

f-) Çözümün uygulanması : Uygulayıcıların anlayabileceği şekilde çözümün yürütülmesidir.

Yöneylem araştırmasının metodolojisi:



- Amaçlar nelerdir?
- Problem çok dar kapsamlı mı ele alındı?
- Problem çok geniş kapsamlı mı ele alındı?

Yöneylem araştırmasının metodolojisi:



- **Hangi veriler toplanmalı?**
- **Veriler nasıl toplanmalı?**
- **Sistemin farklı parçaları birbirleriyle nasıl etkileşmektedir?**

Yöneylem araştırmasının metodolojisi:

Problemin Tanımlanması

Sistemin Belirlenmesi

**Problemin
Modelinin Geliştirilmesi**

Modelin Çözülmesi

Modelin Geçerliliğinin Gösterilmesi

Çözümün Uygulanması ve Yorumlanması

- **Hangi tür model kullanılmalı?**
- **Model, problemi tam olarak ifade ediyor mu?**

Model çok mu karmaşık?

Yöneylem araştırmasının metodolojisi:



- **En uygun çözüm tekniğı nedir?**
 - **Analitik çözüm**
 - **Algoritmalar**
 - **Simülasyon**
 - **Sezgisel**

MODELİN ÇÖZÜLMESİ

- ✘ **Analitik çözüm:** Problemin Lagrange çarpanları, diferansiyel ve integral hesapları ile koşullu en iyi çözümünün bulunmasıdır. Analitik çözümde sadece matematiğin değil iktisat teorisinin de temel kuralları kullanılır
- ✘ **Algoritma çözümü:** Analitik çözüm bazen çok zor veya imkansız olabilir. Belirli bir sıra içerisinde gerçekleştirilen matematiksel ve mantıksal işlemler kümesine “algoritma” denir. Yinelemeli olarak uygulanan algoritmalar her adımda optimuma daha yakın bir çözüme doğru ilerler
- ✘ **Simülasyon çözümü:** Problem, analitik olarak veya algoritmalarla çözülemiyorsa kullanılır. Sistemin davranış şekli bilgisayar ortamında taklit edilir
- ✘ **Sezgisel çözüm:** Problem optimum çözümü bulunamayacak kadar karmaşıksa, sezgisel yöntemler sezgiye veya bazı deneysel kayıtlara dayanan karar kuralları ile belirli sayıda adımdan sonra en iyi olmasa da tatminkar bir sonuç verirler

Yöneylem araştırmasının metodolojisi:

Problemin Tanımlanması

Sistemin Belirlenmesi

Problemin
Modelinin Geliştirilmesi

Modelin Çözülmesi

Modelin Geçerliliğinin Gösterilmesi

Çözümün Uygulanması ve Yorumlanması

- **Modelden elde edilen çıktıların sistemin kendisinden elde edilen çıktılarla uyuyor mu?**
- **Modelden elde edilen çıktılar mantıklı mı?**
- **Model hatalı olabilir mi?**

MODELİN GEÇERLİLİĞİNİN GÖSTERİLMESİ

- ✘ Modelden elde edilen çözümü uygulamaya koymadan önce gerçeğe uygunluğunun kanıtlanması gerekir
- ✘ Eğer çözüm sistemin geçmiş dönem sonuçlarını aynen veya daha olumlu bir şekilde sağlıyorsa, modelin geçerli olduğu kabul edilir
- ✘ Eğer sistemin geçmiş dönem sonuçları yoksa simülasyondan yararlanır
- ✘ Model geçerliliğinin kanıtlanmasında bir başka yol olarak da sistemdeki deneyimli kişilerin görüşlerine başvurulabilir

Yöneylem araştırmasının metodolojisi:

Problemin Tanımlanması

Sistemin Gözlenmesi

Problemin Modelinin Geliştirilmesi

Modelin Çözülmesi

Modelin Geçerliliğinin Gösterilmesi

Çözümün Uygulanması ve Yorumlanması

- **Yöneylem araştırması ekibi, uygulama sürecini açıklamalı ve uygulamada yardımcı olmalıdır**
- **Uygulamanın nasıl yapılacağı bir rapor halinde yönetime sunulmalıdır**

Yöneylem Araştırması Yöntemleri

Amaçlara uygun olarak en uygun çözümün elde edilebilmesi için çeşitli hesaplama teknikleri vardır. Bunlara yöneylem araştırması yöntemleri (teknikleri) veya optimizasyon (eniyeleme) yöntemleri adı verilir.

Yöneylem araştırmasının kullandığı teknikleri ve yaklaşımları model yapılarına göre genel olarak deterministik ve olasılıklı modeller olarak gruplandırabiliriz.

Yöneylem Araştırması Modellerinin Sınıflandırılması

Deterministik Modeller	Olasılıklı Modeller
<ul style="list-style-type: none">- Doğrusal Programlama- Tamsayılı Programlama- Hedef Programlama- Ulaştırma ve Atama Modelleri- Doğrusal Olmayan Programlama- Oyun Teorisi- Deterministik Dinamik Programlama- Deterministik Stok Modelleri- Şebeke (Ağ) Analizi- CPM ve PERT ile Proje Planlama	<ul style="list-style-type: none">- Markov Zincirleri- Kuyruk Teorisi- Karar Analizi- Simülasyon- Tahmin Modelleri- Güvenirlilik Analizi- Olasılıklı Dinamik Programlama- Olasılıklı Stok Modelleri

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Doğrusal Programlama (DP), Yöneylem Araştırması teknikleri arasında ilk ve en çok kullanılan matematiksel programlama tekniklerinden biridir. Her hangi bir işletmenin sahip olduğu bütçe, makine, işgücü ve malzeme gibi sınırlı kaynakların, azami değer ve katkı sağlayacak şekilde, optimal dağıtımında yöneticiye yardımcı olan bir karar verme tekniğidir. DP etkili bir çözümler tekniği olan Simplex yöntemi ile beraber, 1947 yılında George Dantzig tarafından geliştirilmiştir. Bu tarihten itibaren bankacılık, eğitim, petrol endüstrisi, taşımacılık, ziraat ve ormancılık gibi çeşitli alanlarda optimizasyon problemlerinin çözümlerinde başarıyla kullanılmıştır.

Doğrusal programlama, karşılıklı ilişkileri doğrusal nitelikte olan ve sınırları kısıtlı kaynaklarla çevrili iki veya daha fazla değişkenlerin, belirlenen amacı eniyileyecek şekilde miktarlarının bulunması yöntemidir. Burada; (i) eniyilenmek (max/min) üzere tek bir amaç, (ii) bu amacı sınırlandıran kısıtlar ve (iii) amaca ulaşmak için alternatif yollar mevcuttur. Bu üç öğe birlikte doğrusal programlama tekniğinin ana çerçevesini oluşturmaktadır.

Doğrusal Programlama Nedir ?

- Bir Doğrusal Programlama Modeli, doğrusal kısıtlar altında doğrusal bir fonksiyonun değerini maksimize yada minimize etmeye çalışır.
- Doğrusal Programlama belli bir amacı gerçekleştirmek için sınırlı kaynakların etkin kullanımını ve çeşitli seçenekler arasında en uygun dağılımını sağlayan matematiksel bir tekniktir.

Bir Doğrusal Programlama Modelinin Bileşenleri

- Bir Doğrusal Programlama Modeli Şu Bileşenlere Sahiptir:
 - **Bir grup karar değişkeni.**
 - **Bir Amaç Fonksiyonu.**
 - **Kısıtlar.**

Bir Doğrusal Programlama Modelinin Genel Yapısı

Amaç Fonksiyonu $\rightarrow Z = \sum_{j=1}^N C_j x_j$

Kısıtlar $\rightarrow \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N a_{ij} x_j \begin{bmatrix} \leq \\ = \\ \geq \end{bmatrix} B_i$

Karar Değişkenleri $\rightarrow x_j$

Pozitiflik Koşulu $\rightarrow x_j \geq 0$

Bu formülde kullanılan matematik notasyonların açıklamaları ise şöyledir:

- $i = 1, 2, \dots, M$ (kısıt sayısı)
- $j = 1, 2, \dots, N$ (karar değişken sayısı)
- x_j = karar değişkenleri
- C_j = amaç fonksiyonu katsayıları, j karar değişkeninin katkı katsayıları
- a_{ij} = i kısıtındaki j karar değişkeninin teknik katsayısı
- B_i = i kısıtının sağ taraf değeri (STD) yahut kaynak değeri

Kapalı matematiksel formülü verilen bir doğrusal programlama modelinin cebirsel açılımı ise şöyledir:

Max/Min =	c_1x_1	+	c_2x_2	+	+	c_nx_n		STD
	$a_{11}x_1$	+	$a_{12}x_2$	+	+	$a_{1n}x_n$	[<=,=,>=]	b_1
	$a_{21}x_1$	+	$a_{22}x_2$	+	+	$a_{2n}x_n$	[<=,=,>=]	b_2
	$a_{31}x_1$	+	$a_{32}x_2$	+	+	$a_{3n}x_n$	[<=,=,>=]	b_2
Kısıtlar

	$a_{m1}x_1$	+	$a_{m2}x_2$	+	+	$a_{mn}x_n$	[<=,=,>=]	b_m
	x_1	,	x_2	,	,	x_n	>=	0

Doğrusal Kısıtlar

<Bir Doğ. Fonksiyon> <Bir İlişki> <Bir Sabit>

- Doğrusal Fonksiyon :

$$7X_1 + 8X_3 + 9X_4 + 2X_5$$

- İlişki Aşağıdakilerden Biridir:

$\leq, =, \geq$ ---- her birinde “eşitlik” yer alır

Örnekler :

$$4X_1 + 5X_2 - 6X_3 + 2X_5 \leq 34$$

$$2X_1 - 5X_2 + 1X_4 \geq 47$$

$$- 2X_2 + 8X_3 + 9X_4 + 2X_5 = 67$$

$$X_1 \geq 0$$

$$X_5 \geq 0$$

Sabitler



Bir Doğrusal Programlama Modeli Örneği

$$\text{MAX } 4X_1 \quad + 7X_3 - 6X_4$$

$$\text{s.t. } 2X_1 + 3X_2 \quad - 2X_4 = 20$$

$$\quad - 2X_2 + 9X_3 + 7X_4 \geq 10$$

$$\quad -2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + 8X_4 \leq 35$$

$$\quad X_2 \quad \leq 5$$

Bütün X'ler ≥ 0

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, X_4 \geq 0$$

Doğrusal Programlamanın Temel Şartları ve Özellikleri

Doğrusal programlama tekniğinin bir takım belirleyici özellikleri (varsayımları) vardır. Bunlar:

1. Doğrusallık :

Bir doğrusal programlama modelinde, her bir aktivite ve potansiyel alternatif hareket biçimini sınırlandıran kısıtlayıcılar ve amaç fonksiyonu doğrusal nitelikte olmalıdır. Amaç fonksiyonu ve her bir kısıtlayıcının sol taraf değerleri birinci dereceden polynomial denklemler şeklinde olmalıdır. Exponensiyel yada 2. ve daha yukarı derecede denklemler şeklinde olmamalıdır. Birinci derecede bir polynomial denklemin genel yapısı ise şöyledir:

$$A_0x^0 + A_1x^1$$

2. Bölünebilirlik :

Bu özellik, her bir karar değişkeninin alacağı değer tamsayı ve kesirli sayı cinsinden reel sayı olabileceğini ifade etmektedir. Dolayısıyla, $x_1 = 2.2323232$ şeklinde bir çözümün geçerli olabileceği gibi $x_2 = 10$ şeklindeki diğer bir çözümde yerinde ve geçerli bir çözümdür.

3. Tek Amaç :

Doğrusal programlamanın diğler bir varsayımı ise, bu teknikle çözülecek problemin tek amaçlı olmasıdır. DP ile, sadece bir amaca yönelik kurulan bir modeldeki karar değışkenlerin değıerleri bulunur.

4. Kısıtlayıcı Faktörler :

Bir amacın maksimizasyonu veya minimizasyonu bir takım sınırlandırıcı faktörlere bağılıdır. Bu faktörlerin olmaması durumunda, her ne kadar teorik olarak sınırsız miktarda üretim yapılacağı sonucu ortaya çıksa da, gerçek ortamda böyle sınırlandırılmamış problemlerin varlığından söz etmek mümkün değıildir, çünkü bunlar gerçek dışıdır.

5. Ürünlerin Pozitiflik Koşulu :

Bu varsayıma göre, her bir karar değışkeninin çözümde alacağı değıer mutlak anlamda pozitif olmalıdır. Çünkü negatif bir ürün üretimin rasyonel bir açıklaması yoktur.

Doğrusal Programlamada Model Kurma

Örnek:

Bir firma yüzey işlemler konusunda piyasada tanınmaktadır. Aldığı yarı mamul ürünlere kendi fabrikasında farklı yüzey işlemler uygulayarak, piyasaya parlak ve mat olmak üzere iki farklı ürün sürmektedir. Ürünlerin günlük talep miktarları ve birim net karları aşağıda verilmiştir.

Ürün	Üretim miktarı zaman/m ³	Günlük talep miktarı	Net kâr (\$)
Parlak	1.5 saat	Belirlenmemiş	1
Mat	2.1 saat	En az 400 m ³	1.5

Fabrikanın günlük üretim kapasitesi 1000 m³ olup üretim zamanı günde 8 saatle sınırlıdır. Firma kârı eniyileyecek günlük üretim hacmine karar vermek istemektedir. Firmanın problemini çözecek şekilde Doğrusal Programlama modelini kurunuz.

Çözüm

Öncelikle firmanın amacı açık bir şekilde ortaya konulmalıdır. Bu problemde firmanın amacı *net* kârı eniyilemektir. İkinci olarak, bu amaca ulaşmak için, veya bu amacı etkileyen temel faktörler belirlenmelidir. Problemin amacını etkileyen faktörler, üretilmesi gereken parlak ve mat tip ürünler olup miktarının belirlenmesidir. Bunlara aynı zamanda karar değişkenleri denilmektedir. Üçüncü adım ise, amaca ulaşmada belirlenmesi veya hesaplanması gereken karar değişkenlerinin çözüm miktarlarını sınırlayıcı koşulların yahut denklemlerin belirlenmesidir. Bu problemde, sınırlayıcı şartlar olarak;

- Zaman kısıtı,
- Talep miktarı kısıtı ve
- Kapasite kısıtı görülmektedir.

Şimdi bu problemin doğrusal programlama modelini kurarken izlenecek bu önemli aşamaları sırasıyla ele alıp sembolize edelim.

•Karar Değişkenleri

Yukarıda da açıklandığı gibi, firmanın amacını doğrudan etkileyen iki temel faktör vardır. Bunlar üretilecek parlak ve mat ürün miktarlarıdır. Birimleri ise m^3 'tür. Birimlerin açıkça belirlenmesi, amaç fonksiyonun sembolik modelini veya denklemini kurmada yararlı olacağı gibi, hem de karar değişkelere bağlı kısıtlayıcı denklemlerin mantıklı olarak uyumlu kurulması için gereklidir. Ayrıca, ilerde çözümü sağlanan problemlere mantıklı açıklama getirme ve yorum yapmada (kısaca duyarlılık analizine tabi tutmada) yine karar değişkenlerin birimi yardımcı olacaktır.

Burada karar değişkenlerini belirlerken, firma amacını etkileyen ve mevcut kaynaklarla da sınırlanan faktörlere dikkat çekmek gerekmektedir. Tüm bunlar dikkate alındığında problemin karar değişkenlerini açıkça şöyle belirleyebiliriz:

x_1 = Günlük üretilecek Parlak malzeme miktarı (m^3)

x_2 = Günlük üretilecek Mat malzeme miktarı (m^3)

•Amaç Fonksiyonu

Önceki bölümlerde açıklandığı gibi, amaç fonksiyonu her bir karar değişkeninin amaca olan birim katkısını gösteren denklemdir. Bu problemde, bir m³ Parlak malzeme (x₁) \$1 ve bir m³ Mat malzeme (x₂) ise \$1.5 katkı sağlamaktadır. Buna göre amaç fonksiyonu,

$$Z_{\max} = x_1 + 1.5x_2$$

•Kısıtlayıcı Koşullar

Problemin üç temel kısıtlayıcı koşulları vardır. Her bir kısıtlayıcı koşulda/denklemde; sağ taraf değeri genellikle kaynak değerlerini, sol taraf değerleri ise, her bir karar değişkeninin bu kaynak değerlerini nasıl kullandığını göstermektedir. Buna göre üretim zamanı kısıtı ele alındığında, 8 saat günlük zaman STD'ni gösterecektir. Bir m³ Parlak malzeme (x₁) üretilmesi için 1.5 saate ve yine bir m³ Mat malzeme (x₂) üretilmesi için 2,1 saate ihtiyaç vardır. Bu kısıtın denklemini, $1,5x_1 + 2,1x_2 \leq 8$ şeklinde yazabiliriz. Diğer iki kısıtı da benzer şekilde düzenleyerek, modeli aşağıdaki şekilde kurabiliriz.

$$\begin{array}{rcllcl} Z_{\max} = & 1 x_1 & + & 1.5x_2 & & \\ & 1.5x_1 & + & 2.1x_2 & \leq & 8 \quad \leq \text{Üretim zamanı kısıtı} \\ & x_1 & + & x_2 & \leq & 1000 \quad \leq \text{Kapasite kısıtı} \\ & & & x_2 & \geq & 400 \quad \leq \text{Günlük talep miktarı kısıtı} \\ & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \quad \leq \text{Pozitiflik koşulu} \end{array}$$

Örnek 2.1: Karışık Ürün Problemi

As Mutfak şirketi iki kaynak (işgücü ve malzeme) kullanarak mutfak dolaplarının üretimini planlamak istemektedir. Şirket üç farklı model (Laminant, Mdf, Sunta dolabı) tasarlamaktadır ve şirketin proje bölümü aşağıdaki verileri tedarik etmiştir:

Hammadde arzı günlük 200 ton'la sınırlanmıştır. Günlük işgücü imkânı 150 saattir. Toplam kârı maksimize etmeye yarayan ve çeşitli modellerin günlük üretim programını belirleyecek doğrusal programlama problemini formüle edin.

	Model		
	Laminant	Mdf	Suntalam
İşgücü (saat/birim)	7	3	6
Malzeme (ton/birim)	4	4	5
Kâr (\$/birim)	4	2	3

$$Z = 4x_A + 2x_B + 3x_C$$

$$7x_A + 3x_B + 6x_C \leq 150$$

$$4x_A + 4x_B + 5x_C \leq 200$$

$$x_A, x_B, x_C \geq 0$$

Örnek 1.

Bir marangoz işletmesi masa ve sandalye üretmektedir. Bir masa yapımı için 30 metre tahtaya ve 5 saat iş gücüne gerek vardır. Bir sandalye yapımı için de 20 metre tahtaya ve 10 saat iş gücüne gerek vardır. İşletmenin elinde 300 metre tahta ile 110 saat iş gücü vardır. Ayrıca bir masanın satışından elde edilen kâr 60 TL ve bir sandalyenin satışından elde edilen kâr 20 TL'dir. İşletmenin amacı maksimum kara ulaşmaktır. Buna göre marangoz işletmesi ne kadar masa ve sandalye üretmelidir. Problemi doğrusal programlama modeli olarak ifade ediniz.

Çözüm: Karar değişkenleri:

X_1 : üretilecek masa miktarını,

X_2 : üretilecek sandalye miktarını, gösterebilirsin.

Amaç fonksiyonu; $Z_{\max} = 60 X_1 + 20 X_2$

(Toplam kar. Üretilecek X_1 adet masa ve X_2 adet sandalyeden elde edilecek karların toplamı.)

Kısıtlayıcılar:

$30X_1 + 20X_2 \leq 300$ (tahta kısıtı)

$5X_1 + 10X_2 \leq 110$ (iş gücü kısıtı) ve

$X_1, X_2 \geq 0$

Örnek 2.

Örnek 2.3. Bir metalik parça üreten atölye A ve B mamullerini imal etmektedir. A' dan ₺3 /parça ve B' den ₺2 /parça kâr edebilmektedir. Her gün, her bir mamulden 12 düzine satabilmektedir. Atölyede torna, freze ve taşlama olmak üzere üç tezgâh vardır.

- A mamulünden bir birim üretebilmek için, tornada 5 dakika, frezede 7 dakika ve taşlamada 4 dakika işlem görmesi gerekmektedir.
- B mamulünden bir birim üretebilmek için, tornada 3 dakika, frezede 9 dakika ve taşlamada 7 dakika işlem görmesi gerekmektedir.

Atölyede bir torna, bir freze ve bir taşlama tezgâhı vardır. Bu tezgâhlar başka işlerde de kullanıldığı için sadece aşağıda belirtilen miktarlarda boş zamanları vardır.

	Tezgah boş Zamanı (dak.)
Torna	65
Freze	100
Taşlama	90

İşletme maksimum kar elde edebilmek için A ve B ürünlerinden ne kadar üretmelidir ?

Çözüm: Karar değişkenleri:

X_1 : A mamulünden üretilecek miktarı,

X_2 : B mamulünden üretilecek miktarı, göstereceğiz.

Talep: 12 düzine $\rightarrow 12 \times 12 = 144$ adet olmak üzere,

Amaç fonksiyonu;

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 2X_2$$

Kısıtlayıcılar

$$X_1 \leq 144 \text{ (talep)}$$

$$X_2 \leq 144 \text{ (talep)}$$

$$5X_1 + 3X_2 \leq 65 \text{ (torna zamanı)}$$

$$7X_1 + 9X_2 \leq 100 \text{ (freze zamanı)}$$

$$4X_1 + 7X_2 \leq 90 \text{ (taşlama zamanı)}$$

$$\text{ve } X_1, X_2 \geq 0$$

Doğrusal Programlamada Çözüm Yöntemleri

Doğrusal programlama modelleri aşağıda sıralanan yöntemler ile çözülebilir:

- 1.-) Grafik Çözüm,
- 2.-) Cebirsel Çözüm
- 3.-) Simpleks Çözüm,
- 4.-) İleri doğrusal programlama çözüm yöntemleri (dual simpleks ...vb.)

1.-) GRAFİK ÇÖZÜM